Matemática Discreta (MD)

Apresentação, silogismos, teorema de Pitágoras e fórmula de Bhaskara

"As leis da natureza não são senão os pensamentos matemáticos de Deus"

- Euclides de Alexandria.

→ Matemática vista como linguagem p/ descrever e explicar o mundo

Apresentação do curso

Detalhes técnicos

- Página do curso - http://www.aloc.ufscar.br/felice/ensino/2026s1md/md.php
- Cronograma e critérios de avaliação,
  - Provas P1, P2 e P3, com pesos 3, 3 e 4, respectivamente.
- Listas de exercícios e bibliografia.

Este curso é uma introdução a algumas áreas da matemática discreta,

- que são particularmente importantes para cursos de computação.

Habilidades que serão desenvolvidas:

- Aquisição de linguagem para descrever objetos e cenários complexos.
- Melhorar o raciocínio lógico e a capacidade de abstração/imaginação.
- Aprender a demonstrar resultados matemáticos.

Abstrato não significa longe do real, mas sim genérico,

- de modo que pode ser adaptado para diferentes situações.

} abstrato é mais abrangente

O que é uma demonstração matemática?

- É uma sequência de implicações lógicas que, partindo de algumas premissas, termina em uma conclusão.
  - Encontrar a sequência correta para provar um resultado é difícil.
  - Verificar se uma sequência está correta também não é trivial.
- Aprender a demonstrar resultados costuma demandar anos de prática,
  - além de conhecimento de bases lógicas.

Por que estudar demonstrações matemáticas?

- Importantes para aprender a formalizar o raciocínio,
  - e mostrar que uma solução para um problema está correta.

} capacidade de comunicar com clareza ideias sofisticadas

- Entender a diferença entre acreditar e saber.
  - Intuição é um importante guia sobre o que acreditamos ser verdadeiro ou falso.
  - Demonstrações permitem confirmar ou refutar hipóteses levantadas pela nossa intuição, para construir conhecimento em bases sólidas.

Este é um curso abrangente, mas não muito profundo.

- Tenho uma relação de amor e ódio com esse curso (que drama :D).
    - O primeiro pela beleza dos resultados tratados e utilidade dos mesmos para compreender assuntos em inúmeras áreas da computação.
    - O segundo pela dificuldade de transmitir essa relevância e interesse em função da abrangência de assuntos e pouca profundidade.
- Tentarei reduzir um pouco a abrangência para conseguirmos vislumbrar resultados interessantes das várias áreas abordadas.

Principais tópicos do curso:

- Teoria dos conjuntos,
- Demonstração de teoremas,
- Indução matemática,
- Somatórios,
- Relações e funções,
- Teoria dos grafos,
- Contagem,
- Cardinalidade de conjuntos.

Ler/estudar por conta:

- Probabilidade e análise combinatória - pt.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:prob-comb
- Séries (progressões aritméticas e geométricas) - pt.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:series

Introdução à Lógica e Silogismos

Como ter certeza de que um programa que você escreveu está correto?

- Basta testar para várias instâncias?
    - É sempre possível que um programa que funcionou em inúmeros testes, falhe quando usado na prática.

Como ter certeza de que nosso raciocínio está correto

- e como transmitir objetivamente esta certeza aos outros?
    - Basta inventar a lógica :).

importância p/ comunicação de conceitos, raciocínios e conclusões

A lógica foi inventada na Grécia antiga.

- Nela, se parte de alguns axiomas (fatos simples tomados como válidos),
    - e usando regras de inferência, um raciocínio é desenvolvido
        - para chegar a uma conclusão.

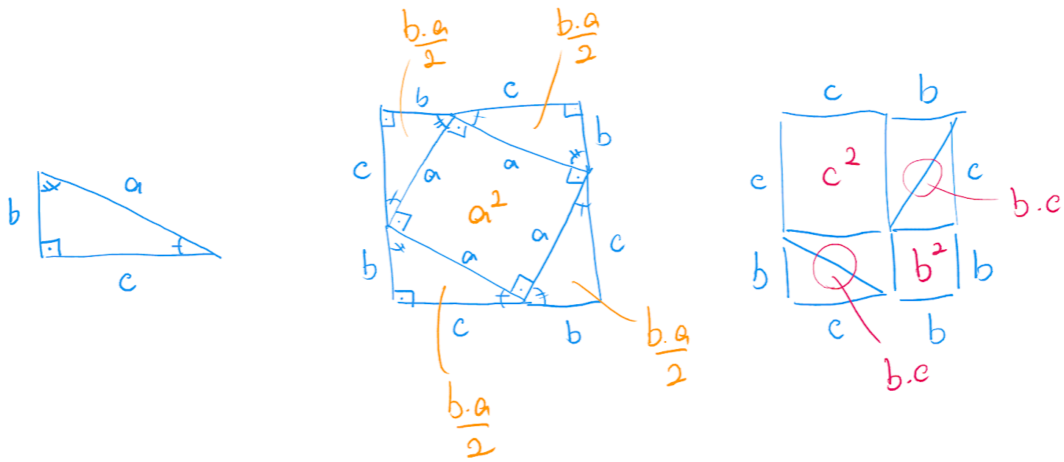
Silogismos são os exemplos mais simples de uso deste método.

- “Todos os homens são mortais”,
- “Sócrates é um homem”,
  - logo, “Sócrates é mortal”.
- “Nenhum mamífero tem penas”,
- “Morcegos são mamíferos”,
  - logo, “Morcegos não tem penas”.
- Apesar da simplicidade dos exemplos, note a expansão do conhecimento,
  - i.e., a partir de 2 fatos, derivamos um terceiro fato.

Euclides de Alexandria é conhecido como o pai da geometria, → geométricos e numéricos

- por usar a lógica para demonstrar inúmeros resultados como verdadeiros.
  - Curiosamente, ele também demonstrou resultados sobre números,
    - mas sempre convertendo-os para segmentos ou outras estruturas geométricas.

Prova do Teorema de Pitágoras



$$(b+c)^2 = a^2 + \overset{2}{\cancel{4}}\frac{b.c}{\cancel{2}} \qquad (b+c)^2 = c^2 + b^2 + 2.b.c$$

$$\Downarrow$$

$$a^2 + \cancel{2bc} = c^2 + b^2 + \cancel{2bc}$$

$$\Downarrow$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

■

Na idade média o matemático árabe Al-Khowarizmi inventou a álgebra,

- ○ uma linguagem que usa letras e operadores.
- Curiosidade, o nome deste matemático deu origem à palavra algoritmo.

Demonstração da Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{a^2-4ac}}{2a}$$

$$ax^2+bx+c=0$$

$$(x+d)^2 = x^2+2dx+d^2$$

	x	d
x	x^2	xd
d	xd	d^2

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$x^2+\boxed{\frac{b}{a}}x = -\frac{c}{a}$$

Agora queremos completar o quadrado do lado esquerdo da equação anterior

$$2d=\frac{b}{a} \Rightarrow d=\frac{b}{2a} \Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = (x+d)^2 = x^2+2dx+d^2$$

$$= x^2+2\frac{b}{2a}x+\frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$$

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2} = -\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2} = \sqrt{\frac{-4ac+b^2}{4a^2}}$$

$$x+\frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \blacksquare$$

Geometria e álgebra foram unidas pelo matemático René Descartes,

- ○ aquele do plano cartesiano e do “Penso, logo existo”.
- Assim nasceu a geometria analítica.

No século 19, matemáticos aplicaram a ideia da álgebra à lógica,

- criando as linguagens formais para expressar raciocínios lógicos
  - ○ de maneira clara, sucinta e não ambígua.
- Estas linguagens são a teoria dos conjuntos e a lógica de predicados.

Expansões importantes sobre a lógica clássica, desenvolvidas no século XX são

- teoria da probabilidade, teoria da informação, teoria da computabilidade e análise de algoritmos.