

Administração

Página da disciplina:

<http://grauna.ime.usp.br/>

AULA 1

- ▶ aulas
- ▶ exercícios-programa
- ▶ fórum: [perguntem, respondam, ...](#)
- ▶ material: [brinquem com os programas](#)
- ▶ ...



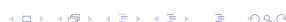
Administração

Página da disciplina:

<http://grauna.ime.usp.br/>

- ▶ aulas
- ▶ exercícios-programa
- ▶ fórum: [perguntem, respondam, ...](#)
- ▶ material: [brinquem com os programas](#)
- ▶ ...

Exercício programa 1: disponível na página



Onde você se meteu...

Blue Pill or Red Pill - The Matrix

Apresentação de **MAC0122** no YouTube:

<https://www.youtube.com/watch?v=0GNTReARNL4>.

MAC0122 é uma disciplina introdutória em:

- ▶ projeto, correção e eficiência de algoritmos e
- ▶ estruturas de dados

Livros

Nossa referência básica é o livro

*PF = Paulo Feofiloff,
Algoritmos em linguagem C,*



Este livro é baseado no material do sítio
Projeto de Algoritmos em C.

Outros livros são

*S = Robert Sedgewick,
Algorithms in C, vol. 1*

*SW = Robert Sedgewick and Kevin Wayne,
Algorithms*

MAC0122

MAC0122 combina técnicas de

- ▶ programação
- ▶ correção de algoritmos (relações invariantes)
- ▶ análise da eficiência de algoritmos e
- ▶ estruturas de dados elementares

que nasceram de aplicações cotidianas em ciência da computação.



Pré-requisitos

O pré-requisito oficial de MAC0122 é

- MAC2166 Introdução à Computação.

Principais tópicos

Alguns dos tópicos de MAC0122 são:

- recursão;
- busca em um vetor;
- busca (binária) em vetor ordenado;
- listas encadeadas;
- listas lineares: filas e pilhas;
- algoritmos de enumeração;
- busca de palavras em um texto;
- algoritmos de ordenação: bubblesort, heapsort, mergesort, . . . ;

Tudo isso regado a muita análise de eficiência de algoritmos e invariantes.

Localização

MAC0122 é um primeiro passo na direção de

- Algoritmos
- Estruturas de Dados

Pausa para nossos comerciais

Várias outras disciplinas se apoiam em MAC0122.

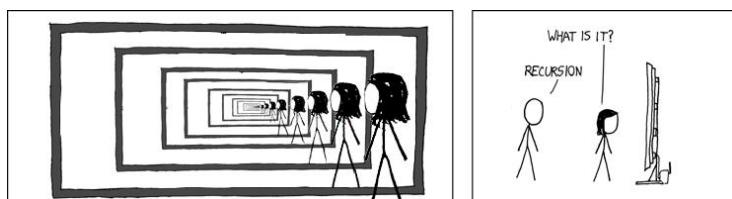
- XVIII Maratona de Programação: 16 de agosto
<http://www.ime.usp.br/~cef/XVIIImaratona/>

Fonte: <http://xkcdsw.com/1105>

PF 2.1, 2.2, 2.3 S 5.1

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/recu.html>

Recursão



Recursão

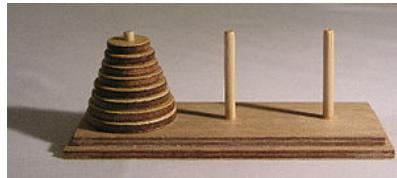
“To understand recursion, we must first understand recursion.”

—folclore

“Para fazer uma função recursiva é preciso ter fé.”

—Siang Wu Song

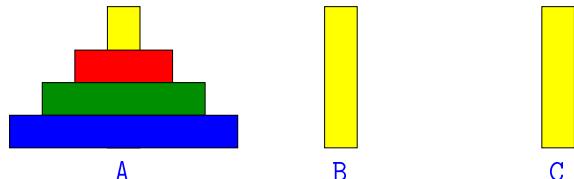
Torres de Hanoi



Fonte: <http://commons.wikimedia.org/>
Licensed under Creative Commons Attribution
Share Alike 3.0 via Wikimedia Commons

http://en.wikipedia.org/wiki/Hanoi_tower

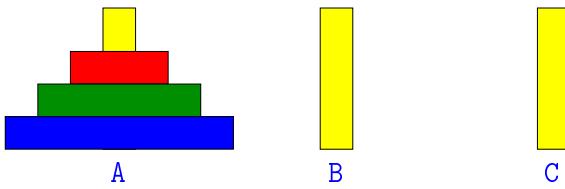
Torres de Hanoi



Desejamos transferir n discos do pino **A** para o pino **C** usando o pino **B** como auxiliar e repetindo as regras:

- ▶ podemos mover apenas um disco por vez;
- ▶ nunca um disco de diâmetro maior poderá ser colocado sobre um disco de diâmetro menor.

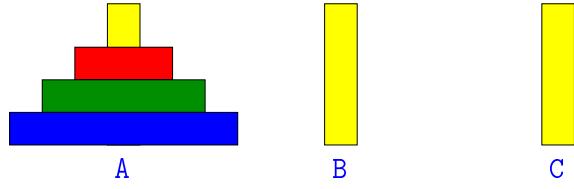
Torres de Hanoi



Denotaremos por $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ o problema de transferir n discos do pino **A** para o pino **C** usando o pino **B** como auxiliar

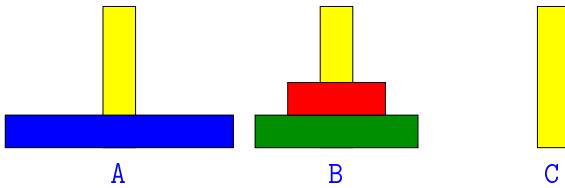
Como resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$?

Idéia



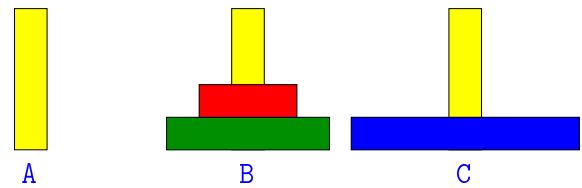
Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Idéia



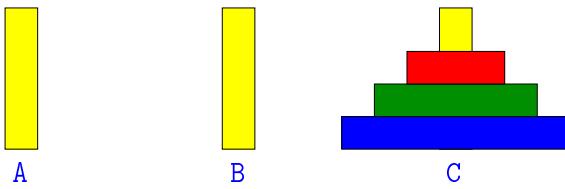
Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Idéia



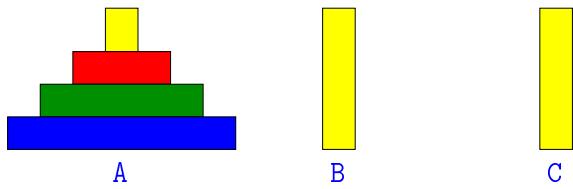
Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Idéia



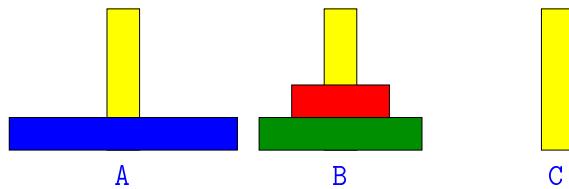
Posso não saber qual o primeiro movimento, mas é fácil saber qual é o **movimento do meio**.

Solução



Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

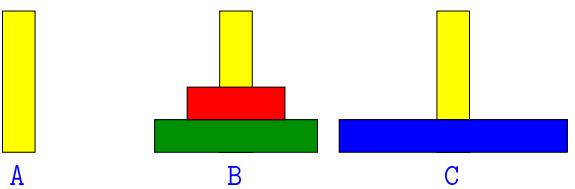
Solução



Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$

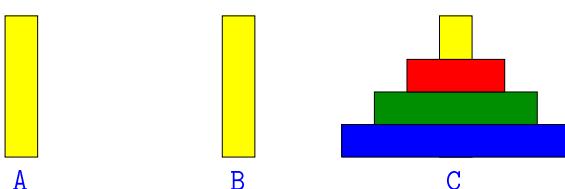
Solução



Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C

Solução



Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$

Solução

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$

E dai?

Solução

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$

E dai?

Reduzimos o problema com n discos para 2 problemas com $n-1$ disco!

Solução

Para resolver $\text{Hanoi}(n, A, B, C)$ basta:

1. resolver $\text{Hanoi}(n-1, A, C, B)$
2. mover o disco n de A para C
3. resolver $\text{Hanoi}(n-1, B, A, C)$

E dai?

Reduzimos o problema com n discos para 2 problemas com $n-1$ disco!

Paramos de reduzir quando soubermos resolver o problema. Por exemplo, sabemos resolver

$\text{Hanoi}(0, \dots, \dots, \dots)$



Função que resolve o problema

```
void  
hanoi(int n, char origem, char auxiliar,  
       char destino)  
{  
    if (n > 0)  
    {  
        hanoi(n-1, origem, destino, auxiliar);  
        printf("mova disco %d de %c para %c.\n",  
               n, origem, destino);  
        hanoi(n-1, auxiliar, origem, destino);  
    }  
}
```

Primeira chamada: $\text{hanoi}(n, 'A', 'B', 'C');$



$\text{hanoi}(4, 'A', 'B', 'C')$

```
1: mova o disco 1 do pino A para o pino B.  
2: mova o disco 2 do pino A para o pino C.  
3: mova o disco 1 do pino B para o pino C.  
4: mova o disco 3 do pino A para o pino B.  
5: mova o disco 1 do pino C para o pino A.  
6: mova o disco 2 do pino C para o pino B.  
7: mova o disco 1 do pino A para o pino B.  
8: mova o disco 4 do pino A para o pino C.  
9: mova o disco 1 do pino B para o pino C.  
10: mova o disco 2 do pino B para o pino A.  
11: mova o disco 1 do pino C para o pino A.  
12: mova o disco 3 do pino B para o pino C.  
13: mova o disco 1 do pino A para o pino B.  
14: mova o disco 2 do pino A para o pino C.  
15: mova o disco 1 do pino B para o pino C.
```



$\text{hanoi}(3, 'A', 'B', 'C')$

```
1: mova o disco 1 do pino A para o pino C.  
2: mova o disco 2 do pino A para o pino B.  
3: mova o disco 1 do pino C para o pino B.  
4: mova o disco 3 do pino A para o pino C.  
5: mova o disco 1 do pino B para o pino A.  
6: mova o disco 2 do pino B para o pino C.  
7: mova o disco 1 do pino A para o pino B.  
8: mova o disco 4 do pino A para o pino C.  
9: mova o disco 1 do pino C para o pino B.  
10: mova o disco 2 do pino B para o pino A.  
11: mova o disco 1 do pino A para o pino C.  
12: mova o disco 3 do pino B para o pino A.  
13: mova o disco 1 do pino C para o pino A.  
14: mova o disco 2 do pino C para o pino B.  
15: mova o disco 1 do pino A para o pino C.  
16: mova o disco 3 do pino C para o pino B.  
17: mova o disco 1 do pino B para o pino C.  
18: mova o disco 2 do pino B para o pino A.  
19: mova o disco 1 do pino A para o pino C.  
20: mova o disco 3 do pino B para o pino A.  
21: mova o disco 1 do pino C para o pino B.  
22: mova o disco 2 do pino C para o pino A.  
23: mova o disco 1 do pino B para o pino C.  
24: mova o disco 4 do pino B para o pino A.  
25: mova o disco 1 do pino C para o pino A.  
26: mova o disco 2 do pino C para o pino B.  
27: mova o disco 1 do pino B para o pino C.  
28: mova o disco 3 do pino A para o pino B.  
29: mova o disco 1 do pino B para o pino A.  
30: mova o disco 2 do pino B para o pino C.  
31: mova o disco 1 do pino A para o pino B.  
32: mova o disco 6 do pino A para o pino C.  
33: mova o disco 1 do pino C para o pino B.  
34: mova o disco 2 do pino C para o pino A.  
35: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
```

$\text{hanoi}(7, 'A', 'B', 'C')$

```
1: mova o disco 1 do pino A para o pino B.  
2: mova o disco 2 do pino A para o pino C.  
3: mova o disco 1 do pino C para o pino B.  
4: mova o disco 3 do pino A para o pino C.  
5: mova o disco 1 do pino B para o pino A.  
6: mova o disco 2 do pino B para o pino C.  
7: mova o disco 1 do pino A para o pino B.  
8: mova o disco 4 do pino A para o pino C.  
9: mova o disco 1 do pino C para o pino A.  
10: mova o disco 2 do pino C para o pino B.  
11: mova o disco 1 do pino A para o pino C.  
12: mova o disco 3 do pino C para o pino A.  
13: mova o disco 1 do pino B para o pino C.  
14: mova o disco 2 do pino B para o pino A.  
15: mova o disco 1 do pino C para o pino B.  
16: mova o disco 5 do pino A para o pino C.  
17: mova o disco 1 do pino B para o pino A.  
18: mova o disco 3 do pino C para o pino B.  
19: mova o disco 1 do pino A para o pino C.  
20: mova o disco 4 do pino C para o pino B.  
21: mova o disco 1 do pino B para o pino C.  
22: mova o disco 2 do pino C para o pino A.  
23: mova o disco 1 do pino B para o pino C.  
24: mova o disco 4 do pino B para o pino A.  
25: mova o disco 1 do pino C para o pino B.  
26: mova o disco 2 do pino C para o pino A.  
27: mova o disco 1 do pino B para o pino C.  
28: mova o disco 3 do pino A para o pino B.  
29: mova o disco 1 do pino B para o pino A.  
30: mova o disco 2 do pino B para o pino C.  
31: mova o disco 1 do pino A para o pino B.  
32: mova o disco 6 do pino A para o pino C.  
33: mova o disco 1 do pino C para o pino B.  
34: mova o disco 2 do pino C para o pino A.  
35: mova o disco 1 do pino B para o pino A.
```

Recursão

A resolução recursiva de um problema tem tipicamente a seguinte estrutura:

```
se a instância em questão é “pequena”
    resolva-a diretamente
    (use força bruta se necessário);
senão
    reduza-a a uma instância “menor”
    do mesmo problema,
    aplique o método à instância menor e
    volte à instância original.
```

Curiosidades

Veja “Debugging recursive code” em :
<http://devopsreactions.tumblr.com/>

Fatorial recursivo

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{quando } n = 0, \\ n \times (n - 1)!, & \text{quando } n > 0. \end{cases}$$

```
long
fatorial(long n)
{
    if (n == 0) return 1;
    return n * fatorial(n-1);
}
```

fatorial(10)

```
fatorial(10)
fatorial(9)
fatorial(8)
fatorial(7)
fatorial(6)
fatorial(5)
fatorial(4)
fatorial(3)
fatorial(2)
fatorial(1)
fatorial(0)
fatorial de 10 é' 3628800.
```

Diagramas de execução

```
fatorial(3)
```

```
n
3  fatorial(2)
  n
  2  fatorial(1)
    n
    1  fatorial(1)
      n
      0
      return 1

      return n * fatorial(0) = 1 * 1 = 1

  return n * fatorial(1) = 2 * 1 = 2

return n * fatorial(2) = 3 * 2 = 6
```

```
hanoi(2,'A','B','C')
```

```
hanoi(1,'A','C','B')
```

```
1: mova o disco 1 do pino A para o pino B.
```

```
hanoi(0,'B','A','B')
```

```
2: mova o disco 2 do pino A para o pino C.
```

```
hanoi(1,'B','A','C')
```

```
hanoi(0,'B','C','A')
```

```
3: mova o disco 1 do pino B para o pino C.
```

```
hanoi(0,'A','B','C')
```

Fatorial iterativo

```
long
fatorial(long n)
{
    int i, ifat;
    ifat = 1;
    for(i = 1; /*1*/ i <= n; i++)
        ifat *= i;
    return ifat;
}
```

Em /*1*/ vale que `ifat == (i-1)!`