Alguns Exercícios do Capítulo 2 - Teoria dos Conjuntos

Exercício 2.1: Escreva explicitamente os elementos dos seguintes conjuntos:

1. $A = \left\{ x : x \in \mathbb{Z} \text{ e } x^2 - 2x + 1 \leq 0 \right\}$. $\to A = \{1\}$
2. $A = \{ x : x \in \mathbb{Z},\ 2 \leq x \leq 20 \text{ e } x \text{ é primo} \}$. $\to A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
3. $A = \left\{ x : x \in \mathbb{R} \text{ e } x^2 - 2x = 0 \right\}$. $\to A = \{0, 2\}$

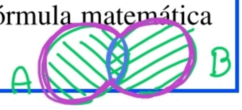
Exercício 2.2: Dê exemplos em que $(A \cup B) \setminus B = A$ e $(A \cup B) \setminus B \neq A$

$\to A \cap B = \emptyset$ || $\to A \cap B \neq \emptyset$

Exercício 2.3: Sejam $\mathcal{U} = \{ n \in \mathbb{N} : 0 \leq n \leq 9 \}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \left\{ x \in \mathbb{R} : (x-1)(x-3)^3 = 0 \right\}$ e $C = \{ n \in \mathbb{N} : n \text{ é ímpar} \}$. Calcule: $B = \{1, 3\}$

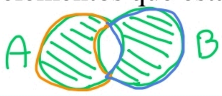
1. $A \cup B$. $= \{1, 2, 3, 4\}$
2. $A \cap (B \cup C)$. $= \{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 3\} = \{1, 3\}$
3. $C \setminus A$. $=$ (ímpares de $\mathcal{U}$)$\setminus A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \setminus \{1, 2, 3, 4\} = \{5, 7, 9\}$
4. A cardinalidade de A, de B e de C. $|A| = 4$, $|B| = 2$, $|C| = 5$ por conta de $\mathcal{U}$
5. $\overline{A} \cup C$. $= \{5, 6, 7, 8, 9\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Exercício 2.4: Sejam A e B dois conjuntos finitos quaisquer. Encontre uma fórmula matemática que relaciona $|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$ e $|A \cup B|$. $|A| + |B| = |A \cup B| + |A \cap B|$



2.6.3 Diferença simétrica

Outra operação entre conjuntos é a *diferença simétrica*, denotada por $A \oplus B$ ou $A \triangle B$, que consiste de todos os elementos que estão em *exatamente* em um dos dois conjuntos. Isto é,



$$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B) \tag{2.2}$$

Exercício 2.5: Se $A \triangle B = A$ o que se pode dizer dos conjuntos A e B? B é vazio

Extra
- Se $A \triangle B = \emptyset$ então? $A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$
- Se $A \triangle B \subset A$ então? $\emptyset \neq B \subseteq A$
- Se $A \triangle B = A \cup B$ então? $A \cap B = \emptyset$