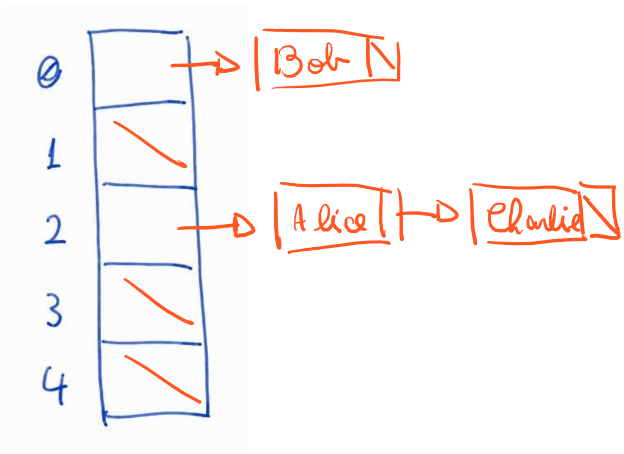
AED2 - Aula ~~08~~ 07

Hash tables, tratando colisões e dimensionando carga

Tratando colisões usando listas ligadas

Cada posição do vetor é uma lista ligada.



$M = 5$

$h(Alice) = 2$

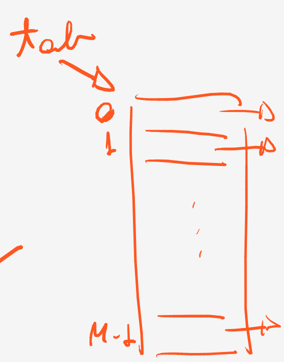
$h(Bob) = 0$

$h(Charlie) = 2$

- Inserção pode levar tempo constante, mas consulta e remoção
    - dependem do tamanho da lista, que depende
        - da qualidade da função de espalhamento e
        - do tamanho da tabela Hash.
- Prós: remoção é simples de implementar.
- Contra: ocupa mais espaço.

Exemplo de implementação de tabela Hash com listas ligadas:

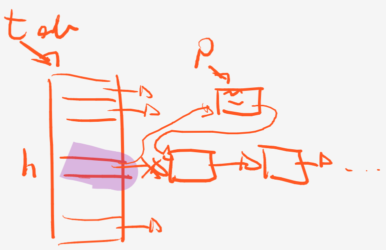
```
typedef struct celTS CelTS;
struct celTS {
   Chave chave;
   Valor valor;
   CelTS *prox;
};

static CelTS **tab = NULL;
static int nChaves = 0;
static int M; // tamanho da tabela

void stInit(int max) {
   int h;
   M = max;
   nChaves = 0;
   tab = mallocSafe(M * sizeof(CelTS *));
   for (h = 0; h < M; h++)
      tab[h] = NULL;
}
```



```
Valor stSearch(Chave chave) {
   CelTS *p;
   int h = hash(chave, M);
   p = tab[h];
   while (p != NULL && strcmp(p->chave, chave) != 0)
       p = p->prox;
   if (p != NULL) // se encontrou devolve o valor
       return p->valor;
   return 0; // caso contrário devolve 0. E se o valor for 0? Como
contornar esse problema?
}
```

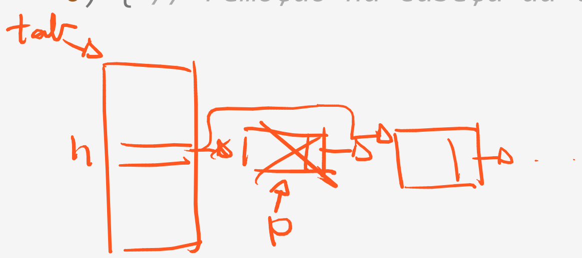
- Quiz1: E se o valor for 0? Como contornar esse problema?

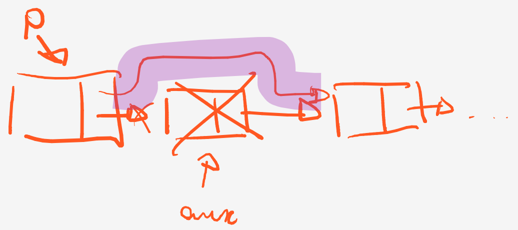
```
void stInsert(Chave chave, Valor valor) { // inserção ou edição
   CelTS *p;
   int h = hash(chave, M);
   p = tab[h];
   while (p != NULL && strcmp(p->chave, chave))
       p = p->prox;
   if (p == NULL) { // se não encontrou insere no início da lista
       p = mallocSafe(sizeof(*p));
       p->chave = copyString(chave);
       nChaves += 1;
       p->prox = tab[h];
       tab[h] = p;
   }
   p->valor = valor; // atualiza valor do item
}
```



- Quiz2: Como separar a inserção da edição?
- Quiz3: Como implementar inserção que mantém os itens em ordem na lista?

```c
void stDelete(Chave chave) {
   CelTS *p, *aux;
   int h = hash(chave, M);
   p = tab[h];
   if (p == NULL) // se lista está vazia não tem o que remover
       return;
   if (strcmp(p->chave, chave) == 0) { // remoção na cabeça da lista
       tab[h] = p->prox;
       free(p->chave);
       free(p);
       nChaves--;
       return;
   }
   // remoção no restante da lista
   while (p->prox != NULL && strcmp((p->prox)->chave, chave) != 0)
       p = p->prox;
   if (p->prox != NULL) { // se o próximo é o valor por remover
       aux = p->prox;
       p->prox = aux->prox;
       free(aux->chave);
       free(aux);
       nChaves--;
   }
}
```

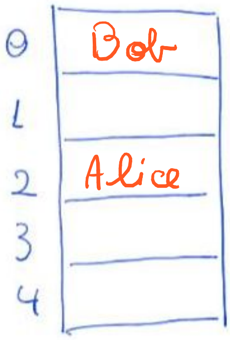





```c
void stFree() {
   CelTS *p = NULL, *q = NULL;
   int h;
   for (h = 0; h < M; h++) { // libera cada lista
       p = tab[h];
       while (p != NULL) {
           q = p;
           p = p->prox;
           free(q->chave); // liberando a chave (string) da célula
           free(q);        // antes de liberar a célula
       }
   }
   free(tab); // então libera a tabela
   tab = NULL;
   nChaves = 0;
}
```

Tratando colisões usando endereçamento aberto

Se a posição estiver ocupada, encontre outra posição seguindo alguma regra.



$M = 5$

$h(\text{Alice}) = 2$

$h(\text{Bob}) = 0$

$h(\text{Charlie}) = 2$ E Agora?

Sondagem (probing), abordagem em que, se a posição estiver ocupada,

- tenta uma nova de acordo com uma função de offset (deslocamento).

- Sondagem Linear: offset segue uma função linear (i),
  - a partir da posição inicial,
    - sendo i o número da tentativa de re-endereçamento.

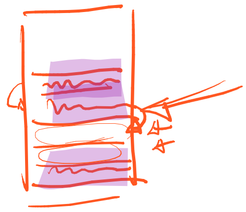
$h(\text{Charlie}) = 2$

$\% \; M$

  - Contra: costuma gerar aglomerações.

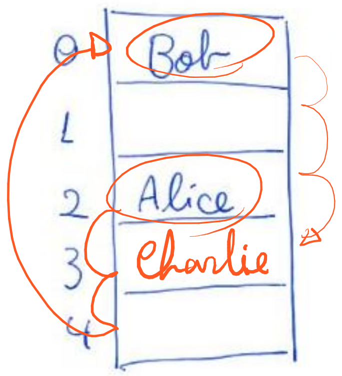
- Sondagem Quadrática: offset segue uma função quadrática (i^2)
  - a partir da posição inicial.

$+1 \quad +4 \quad +9 \quad \ldots$



Re-espalhamento (rehashing ou double hashing), abordagem em que

- o offset é calculado usando uma outra função de hash g( ) sobre a chave.



$h(\text{Charlie}) = 2$ $\quad g(\text{Charlie}) = 3$

$(2+3)\,\%\,M = 0$ $\quad g(\text{Alice}) = 1$

$M = 5$

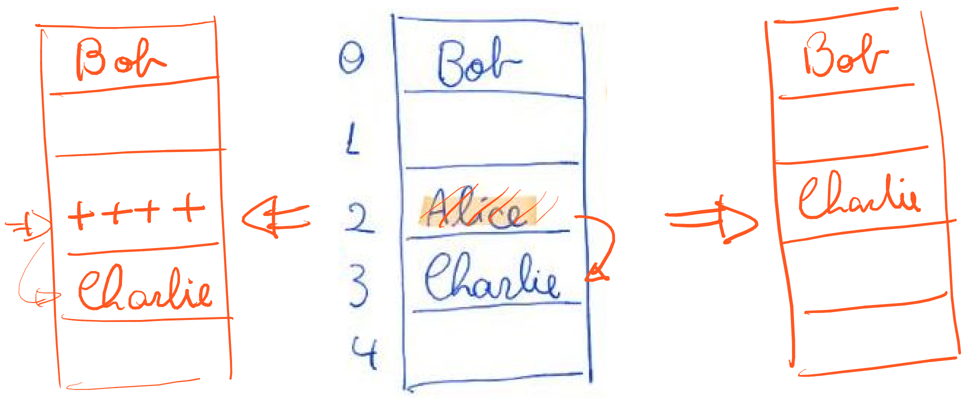
$(2 + 2 * 3)\,\%\,5 =$

    - Prós: evita gerar aglomerações, já que
        - cada chave é re-espalhada com um offset próprio.

Considerações sobre endereçamento aberto:

- Prós: endereçamento aberto ocupa menos espaço.
- Contra: número de elementos limitados ao tamanho da tabela
    - e remoção é mais complicada de implementar.
- Opções para remoção são
    - o uso de lápides,
        - que marcam uma posição previamente ocupada,
    - e o re-espalhamento/reinserção de todos
        - cuja posição foi afetada pelo elemento removido.

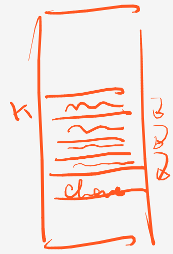
$h(\text{Charlie}) = 2$



Exemplo de implementação de tabela Hash com sondagem linear:

```c
#define LIVRE(h) (tab[h].chave == NULL)
#define INCR(h) (h = h == M - 1 ? 0 : h + 1) // (h = (h + 1) % M)

typedef struct celTS {
   Chave chave;
   Valor valor;
} CelTS;

static CelTS *tab = NULL;
static int nChaves = 0;
static int M; // tamanho da tabela

void stInit(int max) {
   int h;    M = max;    nChaves = 0;
   tab = mallocSafe(M * sizeof(CelTS));
   for (h = 0; h < M; h++)    tab[h].chave = NULL;
}
```

h(chave) = k




```c
Valor stSearch(Chave chave) {
   int h = hash(chave, M);
   while (!LIVRE(h) && strcmp(tab[h].chave, chave) != 0)
       INCR(h);
   if (!LIVRE(h)) // se encontrou devolve o valor
       return tab[h].valor;
   return 0; // caso contrário devolve 0
}

void stInsert(Chave chave, Valor valor) { // inserção ou edição
   CelTS *p;
   int h = hash(chave, M);
   while (!LIVRE(h) && strcmp(tab[h].chave, chave) != 0)
       INCR(h);
   if (LIVRE(h)) { // se não encontrou insere
       if (nChaves == M - 1) { // não ocupa última posição. Por que?
           printf("Tabela cheia\n");    return;
       }
       tab[h].chave = copyString(chave);    nChaves++;
   }
   tab[h].valor = valor; // atualiza valor do item
}
```

```c
void stDelete(Chave chave) {
   int h = hash(chave, M);
   while (!LIVRE(h) && strcmp(tab[h].chave, chave) != 0)
       INCR(h);
   if (LIVRE(h)) // se não encontrou não tem o que remover
       return;
   // remover a chave da tabela
   free(tab[h].chave);
   tab[h].chave = NULL;
   nChaves--;
   // re-espalhar as chaves seguintes, cujas posições podem ter sido
afetadas pelo elemento removido
   for (INCR(h); !LIVRE(h); INCR(h)) {
       Chave chave = tab[h].chave;
       Valor valor = tab[h].valor;
       tab[h].chave = NULL;
       stInsert(chave, valor);
       free(chave);
   }
}

void stFree() {
   int h;
   for (h = 0; h < M; h++) // liberando as chaves (strings)
       if (!LIVRE(h))
           free(tab[h].chave);
   free(tab); // antes de liberar a tabela
   tab = NULL;
   nChaves = 0;
}
```

Carga de uma tabela Hash

razão

Carga (load) de uma tabela Hash = |S| / M, sendo

- S o conjunto de dados armazenados e M o tamanho da tabela.

Quiz: qual estratégia para tratar colisões permite cargas maiores que 1?

- Uma aloca espaço adicional para cada item que chega. Qual é essa?
- A outra apenas busca outra posição para o novo item. Qual é essa?

Observe que, numa tabela Hash com listas ligadas

- o tempo de acesso esperado é da ordem de 1 + carga.
- Isso porque, é necessário tempo constante (O(1)) para
    - resolver a hash function, encontrando a posição do item na tabela,
- mais o tempo necessário para percorrer a lista ligada,
    - que tem comprimento médio |S| / M = carga,
        - já que são |S| itens espalhados por M posições.
- Observe a importância da hash function espalhar bem os itens
    - para que valha essa eficiência.
- No pior caso, se todos os itens forem direcionados para a mesma posição,
    - teremos a (in)eficiência de uma única lista ligada.

No caso de uma tabela Hash com endereçamento aberto bem implementado

- esse tempo cresce de acordo com a função 1 / (1 - carga).
- O resultado deriva do número esperado de moedas
    - que precisamos jogar até obter o primeiro sucesso.
- A metáfora faz sentido porque, se tanto a função de hash principal
    - quanto a sondagem / reespalhamento forem bem implementados
        - então cada tentativa de alocar o item tem
            - probabilidade de fracasso = carga
            - probabilidade de sucesso = 1 − carga
- Sendo E o número esperado de moedas até o primeiro sucesso, temos que

  $E = 1 + \text{Prob}(\text{Fracasso})\,E = 1 + \text{carga}\,.\,E$

  carga = 1/2

  $E = \frac{1}{(1-\frac{1}{2})} = 2$

        - Isso porque, se a primeira moeda falhou
            - estamos novamente diante do problema original.
    - Portanto, $(1 - \text{carga})\,E = 1 \Rightarrow E = 1/(1 - \text{carga})$
- Na prática, isso significa tempo constante (e baixo) para carga <= 70%,
    - e crescimento veloz quando carga se aproxima de 100%.
- Para perceber isso, considere o tempo necessário para
    - encontrar uma posição para o (M - 1)-ésimo item.

  $\text{carga} = (M-1)/M$

  $E = \frac{1}{1-\frac{(M-1)}{M}} = \frac{M}{M-M+1}$

  $E = M$

Como tabelas Hash são estruturas dinâmicas, pode ser necessário

- redimensioná-la de tempos em tempos.

Uma regra prática é não deixar a carga passar de 70%.

35%

- Quando isso acontecer, tome um vetor de tamanho 2M
    - e re-espalhe/re-insira os itens nesse novo vetor.
- Nesse processo, usar uma versão modificada da sua função de hash,
    - i.e., com % 2M no final e possivelmente usando um primo maior.

Quiz: implementar o redimensionamento dinâmico