

AED2 - Aula 17

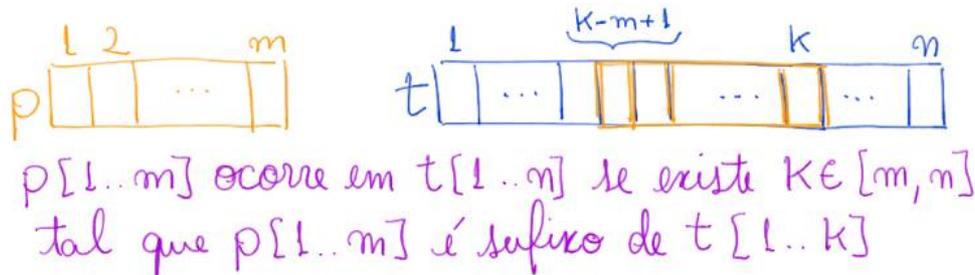
Busca de palavras em um texto, algoritmo de Boyer-Moore (good suffix heuristic)

Relembrando a definição do problema

Considere o problema de encontrar todas as ocorrências de

- uma sequência curta, que chamaremos de palavra,
- em uma sequência longa, que chamaremos de texto.

Mais formalmente, temos que



Para simplificar, vamos tratar do problema de determinar

- o número de ocorrências de $p[1..m]$ em $t[1..n]$.

Antes de prosseguir, vamos relembrar algumas convenções:

- Nossos algoritmos vão varrer o texto da esquerda para a direita
 - e cada vez que eles comparam a palavra com um subvetor do texto,
 - vamos varrer esse subvetor da direita para a esquerda.
- Em geral, as duas alternativas são equivalentes,
 - mas a heurística que veremos hoje exige que
 - a comparação seja feita no sentido contrário
 - ao da varredura do texto.
- **Atentar para onde isso será relevante.**

Segundo algoritmo de Boyer-Moore

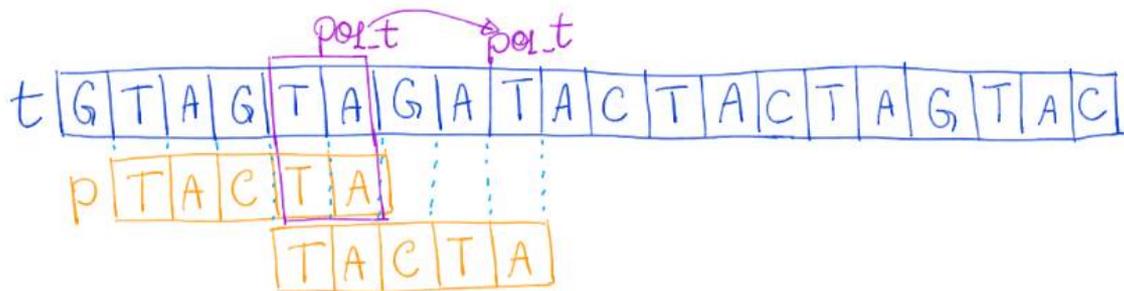
Vamos estudar a segunda heurística do algoritmo de Boyer-Moore,

- conhecida como “good suffix heuristic”.

Nos seguintes exemplos, considere que o algoritmo

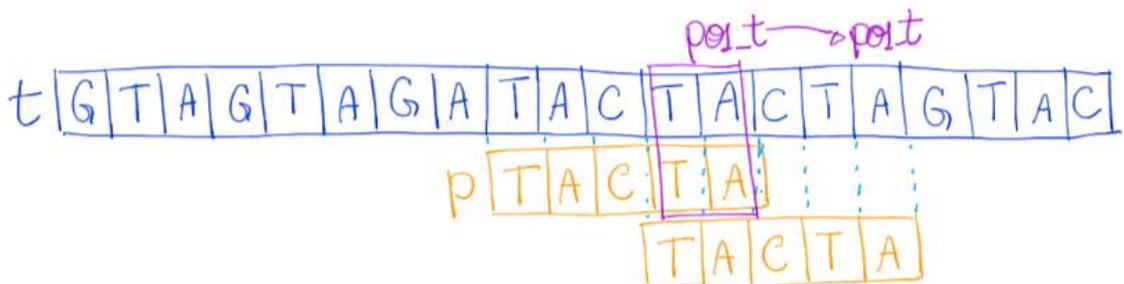
- acabou de testar se $p[1 .. m]$ é sufixo de $t[1 .. \text{pos}_t]$
 - e acabou detectando que $p[m - \text{desl}_p .. m] = t[\text{pos}_t - \text{desl}_p .. \text{pos}_t]$.
- Então, responda à pergunta:
 - **Qual a próxima posição da palavra que pode emparelhar**
 - **com o trecho do texto que acabei de detectar?**

Exemplo 1:



pos_t avançou 3 posições depois de detectar que $p[4..5] = t[\text{pos}_t - 1.. \text{pos}_t] = \text{"TA"}$, pois a distância da próxima ocorrência de "TA" até o final de $p[1..m]$ é 3.

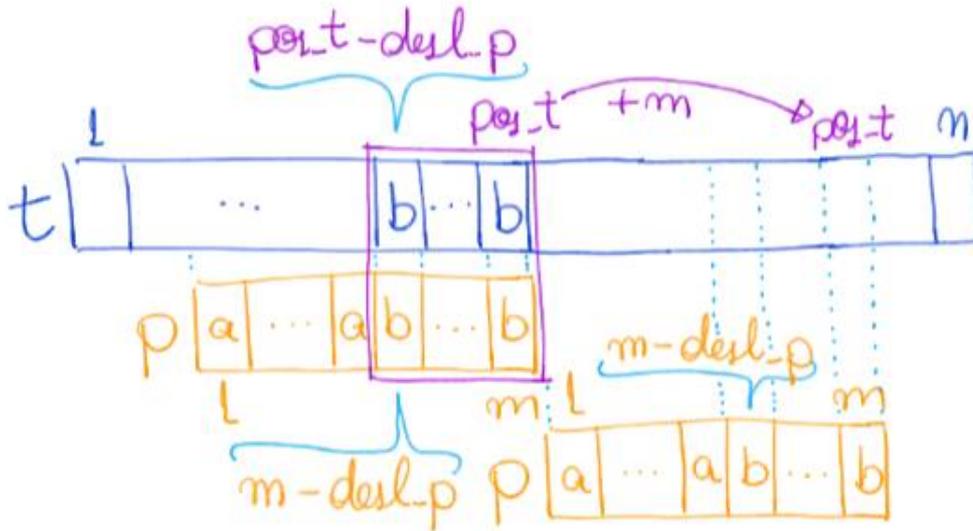
Exemplo 2:



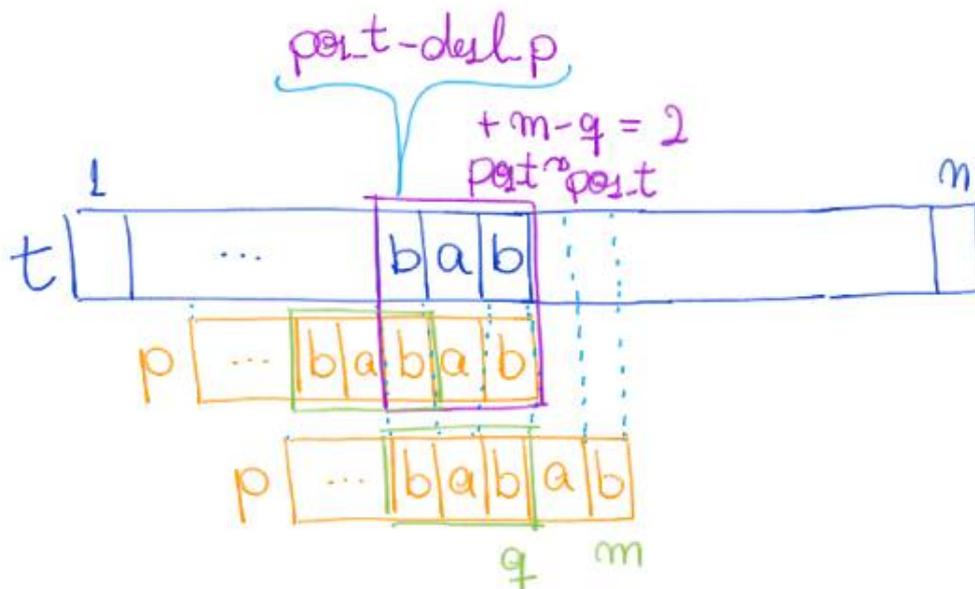
pos_t avançou 3 posições depois de detectar que $p[1..5] = t[\text{pos}_t - 5.. \text{pos}_t] = \text{"TACTA"}$, pois "TA" é o maior sufixo de p que também é prefixo de p , e a distância do primeiro "TA" até o final de $p[1..m]$ é 3.

Ideia da “good suffix heuristic”:

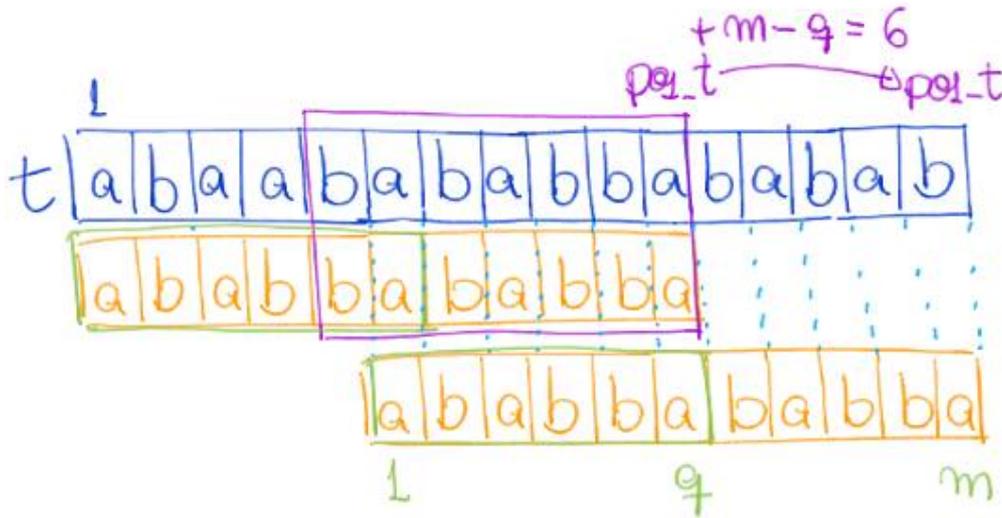
- Suponha que um sufixo de $p[1 .. m]$ coincide com um sufixo de $t[1 .. \text{pos}_t]$,
 - i.e., $p[m - \text{desl}_p .. m] = t[\text{pos}_t - \text{desl}_p .. \text{pos}_t]$,
 - para desl_p entre 1 e m .
- Agora, considere que a sequência no sufixo $p[m - \text{desl}_p .. m]$
 - não se repete mais em $p[1 .. m]$.
- Neste caso, sabemos que podemos avançar pos_t
 - até que a primeira posição da palavra p esteja depois do pos_t atual,
 - i.e., $\text{pos}_t += m$.



- Agora, considere que a sequência no sufixo $p[m - \text{desl}_p .. m]$
 - se repete em $p[1 .. m]$ pelo menos uma vez
 - e a primeira repetição (contando da direita pra esquerda)
 - ocorre no subvetor $p[q - \text{desl}_p .. q]$, com $q < m$.
- Neste caso, sabemos que podemos avançar pos_t
 - até que $p[q]$ esteja alinhado com $t[\text{pos}_t]$,
 - i.e., $\text{pos}_t += m - q$.
- Note que, pode haver intersecção entre $p[m - \text{desl}_p .. m]$ e $p[q - \text{desl}_p .. q]$,
 - i.e., é possível ocorrer $q \geq m - \text{desl}_p$.



- Por fim, falta considerar um caso complementar
 - e possivelmente concomitante com os anteriores.
- Considere que a sequência $p[m - \text{desl}_p .. m]$
 - não se repete integralmente em $p[1 .. m]$,
 - mas um sufixo dela pode aparecer no prefixo de $p[1 .. m]$,
 - i.e., $p[1 .. q] = p[m - q + 1 .. m]$, com $q \leq \text{desl}_p$.
- Neste caso, sabemos que podemos avançar pos_t
 - até que $p[q]$ esteja alinhado com $t[\text{pos}_t]$,
 - i.e., $\text{pos}_t += m - q$.



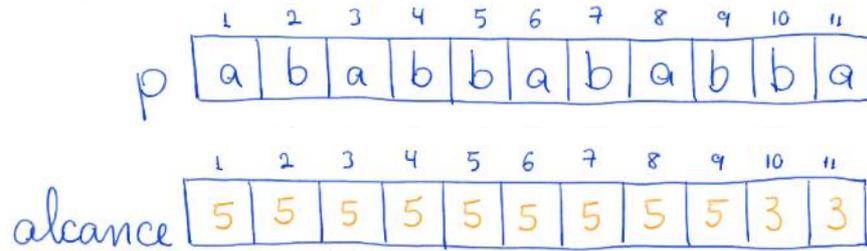
Sintetizando a ideia da “good suffix heuristic”:

- Para cada índice i entre 1 e m ,
 - corresponde um sufixo $p[i .. m]$.
- Queremos encontrar o maior índice q , tal que
 - $p[i .. m]$ é sufixo de $p[1 .. q]$, ou seja,
 - q marca a primeira repetição de $p[i .. m]$ em $p[1 .. m]$.
 - ou $p[1 .. q]$ é sufixo de $p[i .. m]$, ou seja,
 - q marca o maior prefixo de $p[1 .. m]$
 - que casa com o final de $p[i .. m]$.
 - Se não existe tal q , então fazemos $q = 0$.
- Para implementar essa ideia e automatizar os saltos do índice pos_t ,
 - precisamos fazer um pré-processamento da palavra $p[1 .. m]$.

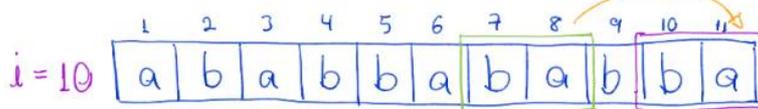
Neste pré-processamento, vamos

- alocar um vetor auxiliar $\text{alcance}[1 .. m]$,
 - sendo que $\text{alcance}[i]$ está associado ao sufixo $p[i .. m]$,
- e vamos preencher $\text{alcance}[i]$ com
 - o menor deslocamento $(m - q)$ entre 1 e m
 - que alinha/emparelha corretamente
 - o final de $p[1 .. m]$
 - com o final de $p[1 .. q]$.
- Mais formalmente, $\text{alcance}[i] = (m - q)$
 - sendo q o maior índice que satisfaz
 - $p[i .. m]$ é sufixo de $p[1 .. q]$
 - ou $p[1 .. q]$ é sufixo de $p[i .. m]$.
 - Se não existe tal q , então $\text{alcance}[i]$ deve receber o valor m .

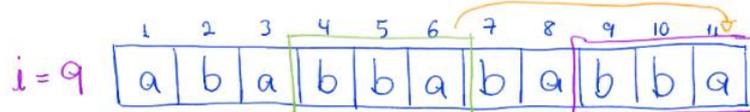
Exemplo 3:



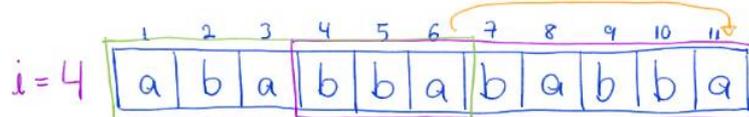
$alcance[10] = 3 = 11 - 8$



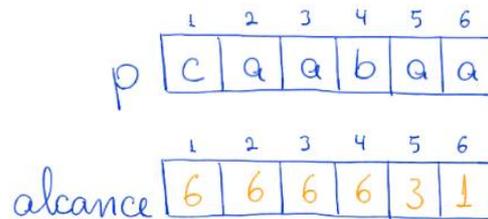
$alcance[9] = 5 = 11 - 6$



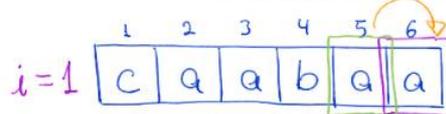
$alcance[4] = 5 = 11 - 6$



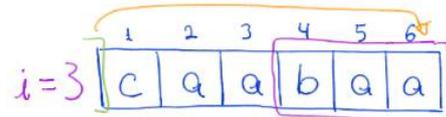
Exemplo 4:



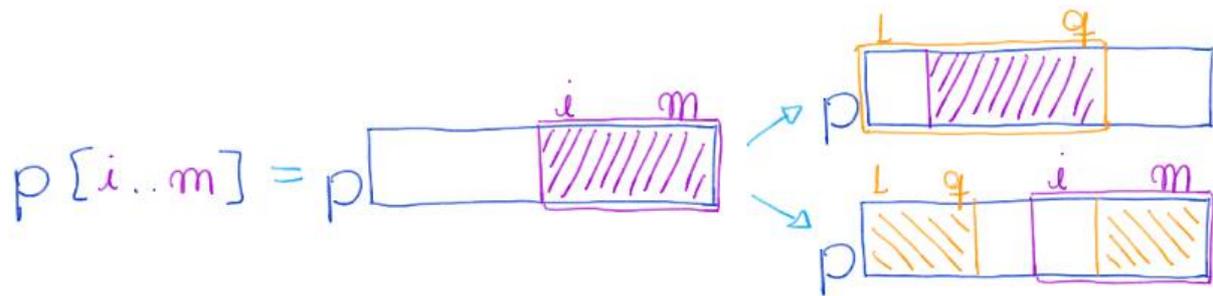
$alcance[6] = 1 = 6 - 5$



$alcance[4] = 6 = 6 - 0$



Código do pré-processamento:



```
int *preProcGoodSuff(char palavra[], int m) {
    int i, q, desl_p;
    int *alcance = malloc((m + 1) * sizeof(int));
    for (i = m; i >= 1; i--) {
        q = m - 1;
        desl_p = 0;
        // continua enquanto desl_p for menor que
        // o tamanho do sufixo palavra[i .. m]
        // e do prefixo palavra[1 .. q]
        while (desl_p < m - i + 1 && desl_p < q)
            if (palavra[m - desl_p] == palavra[q - desl_p])
                desl_p++;
            else
                q--, desl_p = 0;
        alcance[i] = m - q;
    }
    return alcance;
}
```

Eficiência de tempo:

- A fase de pré-processamento leva, no pior caso,
 - tempo proporcional ao cubo do tamanho da palavra,
 - i.e., $O(m^3)$,
 - por exemplo, quando a primeira metade da palavra
 - é composta por 'a's e a segunda metade por 'b's.
- Vale destacar que o pré-processamento pode ser melhorado
 - para levar tempo quadrático no tamanho da palavra,
 - i.e., $O(m^2)$,
 - se reaproveitarmos informações de uma iteração
 - do laço principal do pré-processamento para outra.
 - Que informações são essas?

Eficiência de espaço:

- o espaço adicional utilizado é proporcional ao tamanho da palavra,
 - i.e., $O(m)$.


```

    if (desl_p >= m)
        ocorre++;
    if (desl_p == 0)
        pos_t += 1;
    else
        pos_t += alcance[m - desl_p + 1]; // por que + 1?
}
free(alcance);
return ocorre;
}

```

Invariante e corretude:

- Os invariantes principais são os mesmos do algoritmo básico.

Eficiência de tempo:

- Adicionalmente ao tempo gasto no pré-processamento, temos que
 - no pior caso ele leva tempo $O(mn)$, pois
 - o laço externo itera $(n - m + 1)$ vezes
 - e o laço interno itera m vezes.
 - Um exemplo, em que ele leva tempo $O(n^2)$,
 - considere o mesmo cenário do algoritmo básico,
 - o texto de tamanho n tem apenas um caractere 'x',
 - e a palavra de tamanho $n/2$ tem o mesmo caractere 'x'.
 - No entanto,
 - o pior caso deste algoritmo é mais raro
 - e o número de comparações médio é bem menor.
 - No melhor caso,
 - o caractere texto[pos_t] sempre casa com p[m]
 - e não aparece mais em p[1 .. m - 1],
 - ou seja, alcance[m] = m.
 - Com isso, pos_t avança em saltos de tamanho m ,
 - e o número de comparações será da ordem de n / m .
 - Note que este valor é sublinear,
 - em relação ao tamanho do texto.

Eficiência de espaço:

- O espaço adicional é o mesmo daquele utilizado no pré-processamento,
 - i.e., $O(m)$.

Terceiro algoritmo de Boyer-Moore

Corresponde à combinação dos dois algoritmos anteriores,

- i.e., escolhendo o maior incremento para `pos_t` a cada iteração.

Código:

```
// Recebe vetores palavra[1..m] e texto[1..n],
// com m >= 1 e n >= 0, e devolve o número de
// ocorrências de palavra em texto.
int BoyerMoore(char palavra[], int m, char texto[], int n) {
    int *alcance, *dist_ult, pos_t, desl_p, ocorrencias, incr1, incr2;
    dist_ult = preProcBadCharac(palavra, m);
    alcance = preProcGoodSuff(palavra, m);
    ocorrencias = 0;
    pos_t = m;
    while (pos_t <= n) {
        desl_p = 0;
        while (desl_p < m
            && palavra[m - desl_p] == texto[pos_t - desl_p])
            desl_p++;
        if (desl_p >= m)
            ocorrencias++;
        if (pos_t == n)
            incr1 = 1;
        else
            incr1 = 1 + dist_ult[(int)texto[pos_t + 1]];
        if (desl_p == 0)
            incr2 = 1;
        else
            incr2 = alcance[m - desl_p + 1];
        pos_t += maximo(incr1, incr2);
    }
    free(dist_ult);
    free(alcance);
    return ocorrencias;
}
```