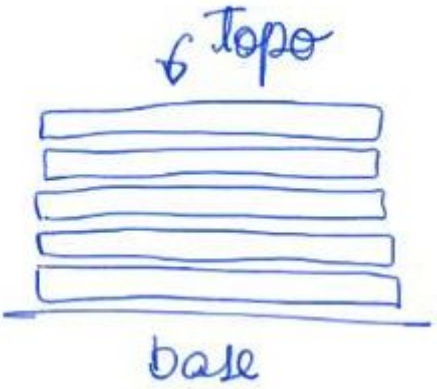
AED1 - Aula 12
Pilha implementada em vetor, aplicação com parênteses e colchetes, pilha de execução, relação de pilha com recursão

Pilha



Uma pilha (no inglês stack) é uma lista dinâmica,
- ou seja, uma sequência em que elementos podem ser removidos e inseridos,
- mas que possui regras bem específicas de funcionamento.

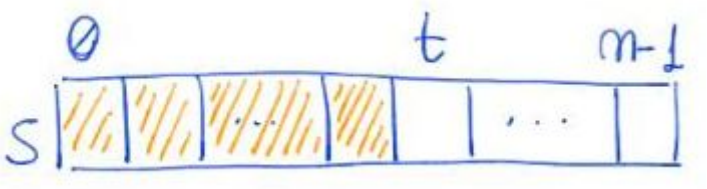
Em particular, as seguintes regras devem ser obedecidas:
- Uma operação de remoção sempre remove o elemento do fim da sequência.
- Uma operação de inserção sempre insere o elemento no fim da sequência.

Chamamos a última posição de uma pilha de topo.
- Assim, as operações de inserção, remoção e consulta
    - sempre são feitas no topo da pilha.

Costumamos resumir o comportamento de uma pilha na frase
- o último a entrar é o primeiro a sair.
- Por isso, pilhas também são conhecidas por LIFO,
    - acrônimo do inglês Last-In-First-Out.

Implementação de pilha usando vetor

Uma pilha s é armazenada em um vetor de tamanho n,
- alocado estática ou dinamicamente.



Um inteiro t indica o topo da pilha,

- que é a posição do próximo elemento.
    - Por isso, a pilha ocupa o subvetor s[0 .. t - 1].

Note que t corresponde ao número de elementos presentes na pilha,

- pois o vetor começa na posição 0.
- Em particular,
    - se t = 0 a pilha está vazia
    - se t = n a pilha está cheia.

Para empilhar um elemento x fazemos

- s[t++] = x;
- que corresponde a
    - s[t] = x; t = t + 1;
- Note que, esta operação não é segura se a pilha estiver cheia,
    - i.e., se t = n.

Para desempilhar um elemento e armazená-lo em x fazemos

- x = s[--t];
- que corresponde a
    - t = t - 1; x = s[t];
- Note que, esta operação não é segura se a pilha estiver vazia,
    - i.e., se t = 0.

Para consultar o valor do elemento no topo da pilha fazemos

- s[t - 1];

Note que todas as operações de manipulação da pilha

- levam tempo constante em relação ao número de elementos empilhados,
    - i.e., O(1).

Se o número de elementos crescer muito, a pilha pode ficar cheia.

- Neste caso, uma alternativa é redimensionar a pilha.
    - Por exemplo, alocando um vetor com o dobro do tamanho anterior
        - e copiando todos os elementos do vetor anterior para o novo,
            - preservando a ordem dos elementos.

Estruturas de dados são ferramentas que nos ajudam

- a projetar algoritmos eficientes para resolver problemas.
    - A seguir temos um primeiro exemplo do uso de pilha.

Aplicação de pilha para verificação de parênteses e colchetes

Sequências bem formadas:

-
- (( ) [( )])
- [ ] ( ) [ ]
- (([ ]) [( )]) [( )]

Sequências mal formadas:

- ([ )]
- ([ ])]
- (( ) [ ]

Definição geral recursiva:

- sendo S uma sequência de parênteses e colchetes bem formada, temos
    - S = { sequência vazia,
      (S) S,
      [S] S }

Simulação:

- Primeiro veremos uma simulação passo-a-passo
    - para entender a ideia do algoritmo.
- Considere a seguinte sequência
    - (([ ]) [ ]) ( )]

string[0 .. i - 1]	**pilha[0 .. t - 1]**	**caracter**
(	(	
((	((	
(([	(([	
(([ ]	((	[
(([ ])	(	)
(([ ]) [	([	
(([ ]) [ ]	(	]
(([ ]) [ ])		)

(([])[])(	(	
(([])[])()		)
(([])[])()]	pilha vazia -> mal formada	

Códigos:

```c
#define N 100
char pilha[N];
int t;

void criapilha()
{
    t = 0;
}

void empilha(char y)
{
    pilha[t++] = y;
}

char desempilha()
{
    return pilha[--t];
}

int pilhavazia()
{
    return t <= 0;
}

// Esta função devolve 1 se a string ASCII s
// contém uma sequência bem-formada de
// parênteses e colchetes e devolve 0 se
// a sequência é malformada.
int bemFormada(char string[])
{
```

```
    criapilha();
    for (int i = 0; string[i] != '\0'; ++i)
    {
        char c;
        switch (string[i])
        {
        case ')':              // depois de ler um )
            if (pilhavazia()) // dá erro se não tiver alguém pra
pareá-lo
                return 0;
            c = desempilha(); // ou se tiver alguém diferente de (
            if (c != '(')
                return 0;
            break;
        case ']':              // depois de ler um ]
            if (pilhavazia()) // dá erro se não tiver alguém pra
pareá-lo
                return 0;
            c = desempilha(); // ou se tiver alguém diferente de [
            if (c != '[')
                return 0;
            break;
        default:
            empilha(string[i]); // se leu algum abre empilha pra
esperar o fecha
        }
    }
    return pilhavazia(); // verifica se sobrou alguém sem parear
}
```

Note que, nesta aplicação uma alternativa para a pilha nunca estourar seu tamanho

- seria alocar para ela um vetor do tamanho da string de entrada.

Quizzes:

- Como modificar o algoritmo/código anterior para que ele passe a verificar sequências bem formadas envolvendo { }, além de ( ) e [ ]?

- Como modificar as operações empilha e desempilha anteriores para que indiquem erro caso a pilha esteja cheia ou vazia?
- Como modificar a operação empilha anterior para realocar a pilha num vetor maior caso a pilha esteja cheia?

Pilha de execução de um programa

A pilha de execução de um programa é usada para armazenar:

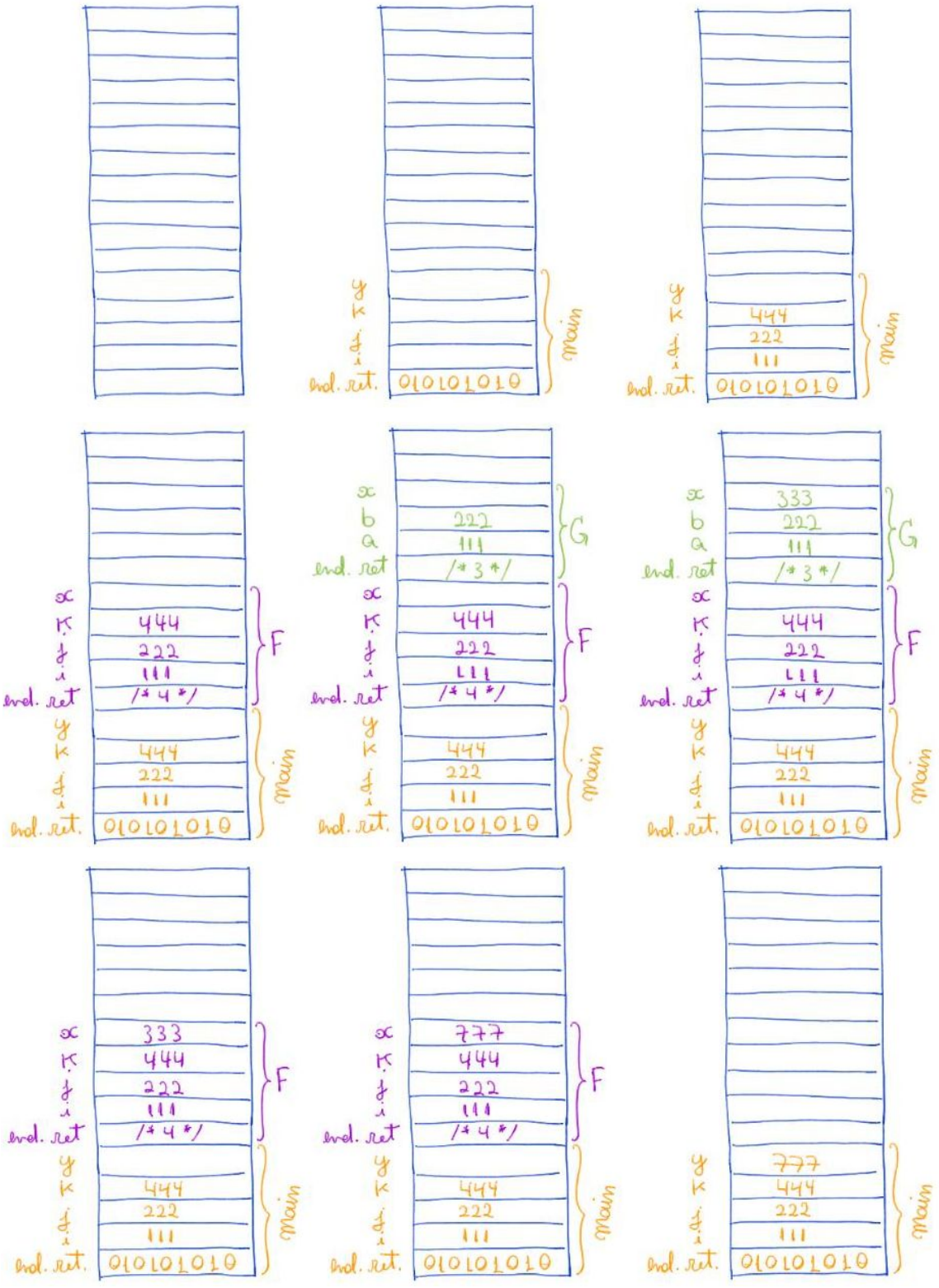
- Variáveis locais das funções ativas,
- Parâmetros das funções ativas,
- Endereço de retorno para o ponto do código em que a função foi chamada,
- Cálculo de expressões.

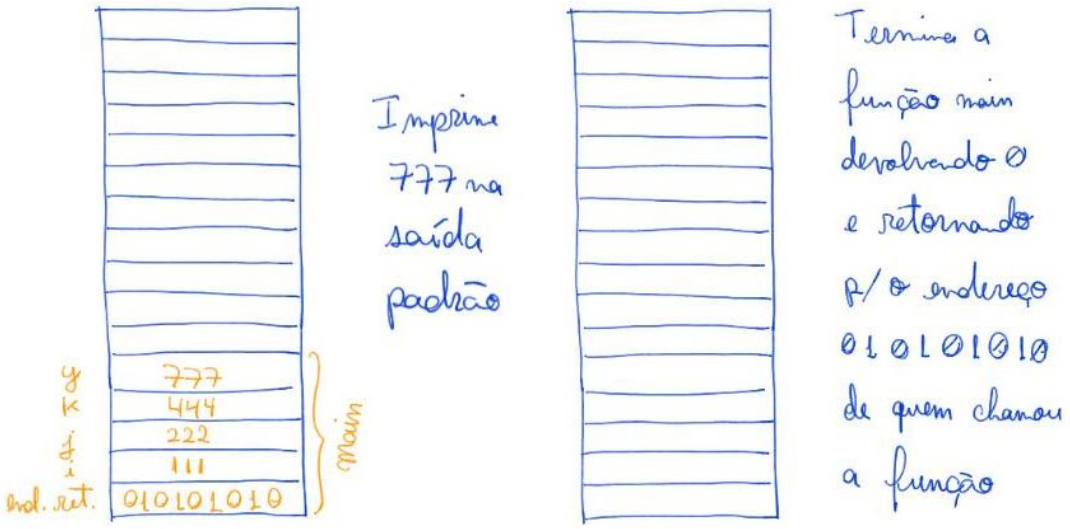
Códigos:

```c
int G(int a, int b)
{
    int x;
    x = a + b;
    return x;
}

int F(int i, int j, int k)
{
    int x;
    x = /*2*/ G(i, j) /*3*/;
    x = x + k;
    return x;
}

int main(void)
{
    int i, j, k, y;
    i = 111;
    j = 222;
    k = 444;
    y = /*1*/ F(i, j, k) /*4*/;
    printf("%d\n", y);
```

```
    return EXIT_SUCCESS;
}
```

Ilustração da pilha de execução deste código:





Quizz:

- Onde são armazenadas as variáveis alocadas dinamicamente?
    - Resp: na outra ponta do espaço de memória.

Relação entre pilhas e recursão

Existe uma relação muito íntima entre pilhas e recursão.

- De fato, sempre é possível converter sistematicamente
    - um algoritmo recursivo em um algoritmo iterativo,
        - usando uma pilha explícita.
- Olhando por outro ângulo, um algoritmo recursivo
    - se vale da pilha de execução para atacar problemas
        - de maneiras que não seriam viáveis sem uma pilha.

Como exemplo,

- considere o problema de verificar se uma sequência é bem formada.
- Podemos construir um algoritmo recursivo para este problema
    - utilizando a definição recursiva do mesmo
        - S = { sequência vazia,
          (S) S,
          [S] S }

Código:

```
int bemFormadaR(char string[], int *pi)
{
    int sol;
    if (string[*pi] == '(') // S = ( S ) S
```

```
    {
        *pi = *pi + 1;
        sol = bemFormadaR(string, pi) && string[*pi] == ')';
        *pi = *pi + 1;
        return sol && bemFormadaR(string, pi);
    }
    if (string[*pi] == '[') // S = [ S ] S
    {
        *pi = *pi + 1;
        sol = bemFormadaR(string, pi) && string[*pi] == ']';
        *pi = *pi + 1;
        return sol && bemFormadaR(string, pi);
    }
    return 1; // S = sequência vazia
}

int bemFormada2(char string[])
{
    int i = 0;
    return bemFormadaR(string, &i) && string[i] == '\0';
}
```