

AED1 - Aula 08

Ordenação por seleção (selectionsort) e por transposição (bubblesort)

Selectionsort (ordenação por seleção)

Ideia e exemplo:

- varre o vetor do início ao fim e em cada iteração
 - busca o mínimo do subvetor restante e o coloca na posição corrente.
- Como exemplo, considere o vetor 7 5 2 3 9 8

↓
| 7 5 2 3 9 8
└──────────┘

↓
2 | 5 7 3 9 8
└────────┘

↓
2 3 | 7 5 9 8
└────┘

↓
2 3 5 | 7 9 8
└──┘

↓
2 3 5 | 7 9 8
└──┘

↓
2 3 5 7 | 9 8
└──┘

↓
2 3 5 7 8 | 9

Código:

```
void selectionSort(int v[], int n)
{
    int i, j, ind_min, aux;
    for (i = 0; i < n - 1; i++)
    {
        ind_min = i;
```

```

for (j = i + 1; j < n; j++)
    if (v[j] < v[ind_min])
        ind_min = j;
aux = v[i];
v[i] = v[ind_min];
v[ind_min] = aux;
}
}

```

Invariante e corretude:

- os invariantes do laço externo, que valem no início de cada iteração são:
 - o vetor é uma permutação do original,
 - $v[0 \dots i - 1]$ está ordenado,
 - $v[i - 1] \leq v[k]$, para $i \leq k < n$.
- invariantes do laço interno:
 - $v[ind_min] \leq v[i \dots j - 1]$
- demonstrar que esses invariantes estão corretos:
 - verificando que eles valem antes da primeira iteração
 - e que valem de uma iteração pra outra.
- verificar que, no final do laço, os invariantes implicam a corretude do algoritmo.

Eficiência de tempo:

- em qualquer caso o número de operações realizadas pelo algoritmo é da ordem de $n(n-1)/2 \approx n^2/2 = O(n^2)$.
 - isso porque em cada iteração do laço externo precisamos percorrer todo o subvetor restante para encontrar o próximo mínimo.
- Bônus:
 - observe que, se soubéssemos encontrar o mínimo do subvetor restante sem precisar percorrê-lo totalmente, trocar tal mínimo com o elemento da posição corrente leva tempo constante.
 - essa ideia geraria um algoritmo mais eficiente?
 - esse algoritmo funciona? Isto é, ele está correto?
 - note também que podemos propor uma variante deste algoritmo que
 - varre o vetor do fim para o começo e
 - seleciona o máximo do subvetor restante a cada iteração.

Estabilidade:

- ordenação não é estável.
 - isso porque as trocas do mínimo com a posição corrente podem levar à inversão da ordem relativa entre elementos iguais.
 - considere o vetor $[2 \ 2 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7]$.

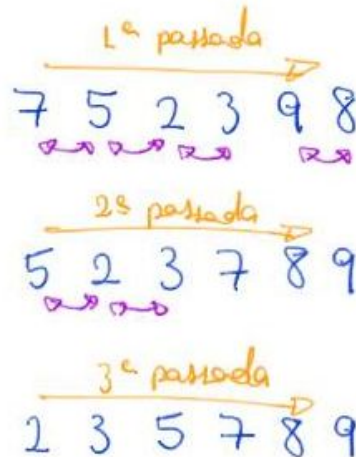
Eficiência de espaço:

- ordenação é in place, pois só usa estruturas auxiliares (e portanto memória) de tamanho constante em relação à entrada.

Bubblesort (ordenação por transposição)

Ideia e exemplo:

- Varre o vetor diversas vezes, invertendo pares adjacentes fora de ordem.
- Como exemplo, considere o vetor 7 5 2 3 9 8



Códigos:

```
void bubbleSort1(int v[], int n)
{
    int i, aux, mudou = 1;
    while (mudou == 1)
    {
        mudou = 0;
        for (i = 1; i < n; i++)
            if (v[i - 1] > v[i])
            {
                aux = v[i - 1];
                v[i - 1] = v[i];
                v[i] = aux;
                mudou = 1;
            }
    }
}
```

- Por que esse algoritmo para?
 - porque um vetor em que todo par adjacente respeita $v[i - 1] \leq v[i]$ por definição está ordenado.

```
void bubbleSort2(int v[], int n)
{
    int j, i, aux;
    for (j = 0; j < n; j++)
```

```

for (i = 1; i < n; i++)
    if (v[i - 1] > v[i])
    {
        aux = v[i - 1];
        v[i - 1] = v[i];
        v[i] = aux;
    }
}

```

- Quando esse algoritmo para, o vetor está ordenado?
 - sim, pois existem no máximo $(n \text{ escolhe } 2) = n(n - 1)/2$ pares invertidos e depois de n passagens desinvertendo pares todos estão em ordem.
 - Mais precisamente, note que uma passagem leva o maior elemento para a última posição do vetor, a segunda passagem leva o segundo maior para a penúltima posição, e assim por diante. Portanto, depois de n passagens todos os elementos estão ordenados.
 - Disso decorre a melhoria do próximo algoritmo, já que o laço interno não precisa passar pelas últimas posições que já contém os maiores elementos em ordem crescente.

```

void bubbleSort3(int v[], int n)
{
    int j, i, aux;
    for (j = 0; j < n; j++)
        for (i = 1; i < n - j; i++)
            if (v[i - 1] > v[i])
            {
                aux = v[i - 1];
                v[i - 1] = v[i];
                v[i] = aux;
            }
}

```

- Será que podemos fazer ainda melhor?
 - observe que todos os elementos depois da posição da última inversão já estão ordenados (caso contrário teria ocorrido alguma inversão entre eles)
 - além disso, eles correspondem aos maiores elementos do vetor, como observado anteriormente.
 - portanto, a passagem subsequente do laço interno não precisa passar pelas posições após a última inversão da iteração anterior.
 - essa melhoria é implementada no próximo algoritmo.

```

void bubbleSort4(int v[], int n)
{
    int j, i, aux, ut, l;
    l = n;
    for (j = 0; j < n; j++)
    {

```

```

ut = 0;
for (i = 1; i < l; i++)
    if (v[i - 1] > v[i])
    {
        aux = v[i - 1];
        v[i - 1] = v[i];
        v[i] = aux;
        ut = i;
    }
l = ut;
}
}

```

Invariante e corretude:

- os principais invariantes que valem no início de cada iteração são:
 - o vetor é uma permutação do original,
 - $v[l .. n - 1]$ está ordenado,
 - $v[l] \geq v[k]$, para $0 \leq k < l$.
- demonstrar que esses invariantes estão corretos:
 - verificando que eles valem antes da primeira iteração
 - e que valem de uma iteração pra outra.
- verificar que, no final do laço, os invariantes implicam a corretude do algoritmo.

Eficiência de tempo:

- no melhor caso é $O(n)$.
 - Ex.: vetor está ordenado ou tem apenas adjacentes fora de ordem.
- no pior caso é $O(n^2)$.
 - Ex.: vetor está ordenado exceto pelo menor estar na última posição.

Estabilidade:

- ordenação é estável.
 - por que?
- O que acontece se trocarmos " $v[i-1] > v[i]$ " por " $v[i-1] \geq v[i]$ "? Continua ordenando? Continua estável? Sempre termina?

Eficiência de espaço:

- ordenação é in place, pois só usa estruturas auxiliares (e portanto memória) de tamanho constante em relação à entrada.

Animação:

- Visualization and Comparison of Sorting Algorithms - www.youtube.com/watch?v=ZZuD6iUe3Pc